Askisiologio.gr

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ⇒ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία

Α2. Θεωρία

Α3. Θεωρία

Α4. Λ – Σ – Λ – Σ – Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αφού είναι $F_2\% = 50\%$ η διάμεσος των τ[...] του δείγματος θα είναι 25 (χρήση πολυγώνου).

Β2.

Αφού είναι $F_2\% = 50\%$, το πλήθος των παρατηρήσ[εων] των δύο πρώτων κλάσεων θα ισούται με το πλήθος [των] δύο επόμενων κλάσεων. Άρα θα ισχύει:

$$\cancel{\alpha} + 4 + 3\alpha - 6 = 2\alpha + 8 + \cancel{\alpha} - 2$$

$$3\alpha - 2\alpha = 8 - 2 - 4 + 6$$

$$\boxed{\alpha = 8}$$

$[\,,\,)$	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$x_i v_i$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 v_i$
[5-15)	10	12	20	12	20	120	196	2352
[15-25)	20	18	30	30	50	360	16	288
[25-35)	30	24	40	54	90	720	36	864
[35-45)	40	6	10	60	100	240	256	1536
ΣΥΝ.		60	100			1440		5040

B3.

$\bar{x} = \frac{1440}{60} = 24$

$S^2 = \frac{1}{60} \cdot 5040 = 84$

άρα $S = \sqrt{84} \simeq 9,17$.

B4.

Το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 37 λεπτά είναι τα $\frac{8}{10} \cdot f_4 = 8\%$.

ΘΕΜΑ Γ

$P(\Gamma) = \frac{3\nu}{\nu^2+1}$ $\quad P(I) = \frac{\nu+2}{\nu^2+1}$ $\quad P(\Gamma \cap I) = \frac{\nu+1}{\nu^2+1}$

Γ1. $P(\Gamma \cup I) = \lim_{x \to -1} \frac{2\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+x} = \lim_{x \to -1} \frac{2\left(x^2+3-4\right)}{x(x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} =$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{2\cancel{(x+1)}(x-1)}{x\cancel{(x+1)}\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} = \frac{2\cdot(-2)}{-1\cdot 4} = 1.$$

Άρα το ενδεχόμενο $\Gamma \cup I$ είναι βέβαιο.

Γ2. Ισχύει ότι $P(\Gamma \cup I) = P(\Gamma) + P(I) - P(\Gamma \cap I) \Leftrightarrow$

$$1 = \frac{3\nu}{\nu^2+1} + \frac{\nu+2}{\nu^2+1} - \frac{\nu+1}{\nu^2+1} \Leftrightarrow$$

$$\nu^2+1 = 3\nu + \cancel{\nu} + 2 - \cancel{\nu} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\nu^2 - 3\nu = 0 \Leftrightarrow \nu = 0 \text{ απορ.}$$

ή

$\boxed{\nu = 3}$ δεκτή

Γ3.

Η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(\Gamma \cup I) - P(\Gamma \cap I) =$

$$= 1 - \frac{4}{10} = 0{,}6.$$

Γ1. $N(\Gamma \cap I) = 32$

Που $P(\Gamma \cap I) = 0{,}4 \Leftrightarrow \dfrac{32}{N(\Omega)} = 0{,}4 \Leftrightarrow \boxed{N(\Omega) = 80}$

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = \frac{1+\ln^2 x}{x}, \quad x>0$$

Δ1. $f'(x) = \dfrac{\frac{2\ln x}{x}\cdot x - (1+\ln^2 x)}{x^2} = \dfrac{2\ln x - 1 - \ln^2 x}{x^2} = -\dfrac{(\ln x - 1)^2}{x^2} < 0$

Άρα $f \searrow$

Δ2. Το ζητούμενο εμβαδόν είναι $E(x) = x \cdot f(x) = x\,\dfrac{1+\ln^2 x}{x} = 1 + \ln^2 x$.

Που $E'(x) = 2\dfrac{\ln x}{x}$ και $E'(x) = 0 \Leftrightarrow \boxed{x=1}$

x	0		1		$+\infty$
E'		$-$	0	$+$	
E		$\searrow$		$\nearrow$	

ελάχιστο $= f(1) = 1$

Άρα το ζητούμενο εμβαδόν ελαχιστοποιείται, όταν οι πλευρές του είναι ίσες με 1, δηλ. όταν αυτό γίνεται τετράγωνο.

Δ3.

Έστω x_i, $i=1,\dots,10$ το δείγμα των 10 ατόμων.

Αφού η ε είναι παράλληλη με την εφαπτομένη της f στο $x_0=1$ θα ισχύει $f'(1)=\lambda \Leftrightarrow \boxed{\lambda=-1}$ και η ε γίνεται ε: $y=-x+\beta$.

Τότε η αντίστοιχες τιμές της μέσης τιμής και της διακύμανσης για το δείγμα των ατόμων $y_i=-x_i+\beta$ θα είναι:

$\bar{y}=-\bar{x}+\beta=-10+\beta$ και $S_y=S_x=2$.

Άρα ο συντελεστής μεταβολής θα είναι $CV_y=\frac{2}{|\beta-10|}$

Οπότε για να είναι το δείγμα ομοιογενές θα πρέπει να ισχύει

$$\frac{2}{|\beta-10|}\le 0{,}10 \Leftrightarrow |\beta-10|\ge 20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \beta-10\le -20 \text{ ή } \beta-10\ge 20$$

$$\boxed{\beta\le -10} \qquad \boxed{\beta\ge 30}$$

Δ4.

Ισχύει ότι $P(A\cup B)\ge P(A)$ και $P(A\cup B)\ge P(A\cap B)$

οπότε αφού $f\downarrow$ θα είναι

$$f(P(A\cup B))\le f(P(A)) \quad \text{και} \quad f(P(A\cup B))\le f(P(A\cap B))$$

και προσθέτοντας κατά μέλη έχουμε

$$2P(A\cup B)\le f(P(A))+f(P(A\cap B))$$